

文章编号: 1000-7598 (2013) 04-1001-08

具有球形空腔饱和土分数导数黏弹性土的动力特性

闻敏杰¹, 杨 晓², 高华喜³

(1. 嘉兴职业技术学院 生物与环境分院, 浙江 嘉兴 314036; 2. 上海大学 土木系, 上海 200072;
3. 浙江海洋学院 船舶与建筑工程学院, 浙江 舟山 316004)

摘 要: 将土骨架视为具有分数阶导数本构关系的黏弹性体, 基于 Biot 两相饱和介质模型, 建立具有球形空腔饱和分数导数黏弹性土体稳态振动的控制方程。通过引入势函数, 得到球对称情形下具有球形空腔饱和分数导数黏弹性土体的位移、应力和孔隙流体压力等解析表达式。考察分数导数模型参数和饱和土参数等对土体振动特性的影响, 结果表明, 流体压缩性对饱和土体的动力特性有显著影响, 而土骨架压缩性和流-固耦合系数的影响相对较小; 分数导数阶数对土体动力特性的影响与材料参数比的取值有关。同时, 边界不排水条件下饱和土体的动力响应大于排水条件下饱和土体的动力响应。

关 键 词: 饱和黏弹性土; 球空腔; 分数导数; 稳态振动; 解析解

中图分类号: TU 442

文献标识码: A

Dynamic characteristics of saturated fractional derivative viscoelastic soil with a spherical cavity

WEN Min-jie¹, YANG Xiao², GAO Hua-xi³

(1. Department of Biological and Environmental Engineering, Jiaxing Vocational and Technical College, Jiaxing, Zhejiang 314036, China;
2. Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China;
3. School of Naval Architecture and Civil Engineering, Zhejiang Ocean University, Zhoushan, Zhejiang 316004, China)

Abstract: Regarding the soil skeleton as a viscoelastic medium with fractional derivative constitutive relation, the governing equations of the steady state vibration of the saturated fractional derivative viscoelastic soil embedded a spherical cavity are established based on the Biot's theory. The analytical expressions of the displacements, stresses and pore water pressure of the saturated fractional derivative viscoelastic soil with a spherical cavity are obtained with the introduction help of potential functions in case of spherical symmetry. The influences of the parameters of fractional derivative model and saturated soil on the vibration characteristics of the soil are examined; and the numerical results show that the fluid compressibility has a great influence on the dynamic characteristics; while the influences of the soil skeleton compressibility and fluid-solid coupling coefficient are trivial. The influence of the fractional derivative order on the dynamic behavior of the soil depends on the values of material parameter ratio. Furthermore, the dynamic responses of the saturated soil with undrained boundary condition are greater than those with the drained boundary condition.

Key words: saturated viscoelastic soil; spherical cavity; fractional derivative; steady-state vibration; analytical solution

1 引 言

土体是典型的黏弹性材料, 在长期荷载作用下会产生蠕变和松弛现象。在经典黏弹性模型的基础上, 陈宗基^[1]和 Merchant 分别提出了黏弹性固结理论和 Merchant 流变模型^[2], Yin 等^[3-4]建立了单向压缩固结的黏弹塑性本构模型, 陈晓平等^[5]建立了

非线性黏弹性固结模型, 詹美礼等^[6]和赵维炳等^[7]在土的双屈服面弹塑性本构模型^[8]基础上, 提出了黏弹塑性固结模型。分数导数模型自 Gement 在 20 世纪 30 年代提出后, 直到 80 年代才受到重视^[9]。刘林超等^[10]利用分数导数 Kelvin 模型, 研究了软土蠕变特性, 通过对分数导数 Kelvin 模型和经典 Kelvin 模型比较分析, 发现前者更接近蠕变试验数

收稿日期: 2012-02-15

基金项目: 国家自然科学基金资助(No. 10872124); 浙江省自然科学基金资助(No. LY12E09006); 浙江省水利厅重点科研项目资助(No. 20110721003)。
第一作者简介: 闻敏杰, 男, 1986 年生, 硕士, 助教, 主要从事饱和和多孔介质理论、土动力学研究。E-mail: 7279026@163.com

据。何利军等^[11]通过对软土的单向压缩固结试验,确定了分数导数模型参数,但上述仅利用分数导数本构关系研究土体材料的蠕变特性。由于基于分数导数模型建立的动力学方程为奇异性积分-偏微分方程,因此,其理论分析和数值计算存在诸多困难^[12],在土体动力特性方面的研究并不多见^[13-14]。

具有球形空腔饱和土的动力响应研究在地下仓库爆炸、地下实验室受强噪声干扰等领域具有广泛的应用背景,徐长节等^[15]在 Laplace 变换域内得到了具有球形空腔的饱和土瞬态响应的解析解,分析了边界排水或不排水条件下位移、应力和孔压随时间的变化规律。在此基础上,利用经典 Kelvin 模型描述土骨架的黏性,分析比较了具有球形空腔的饱和弹性土和黏弹土瞬态响应的差异^[16]。Liu 等^[17]研究了具有半封闭球空腔的饱和黏弹性土-壳体衬砌系统的耦合振动特性,讨论了半封闭渗透参数、相对刚度等的影响。韩同春等^[18]研究了任意荷载作用下具有球壳的黏弹性饱和土动力响应,在 Laplace 变换域内得到了饱和黏弹土的位移、应力和孔压解析解,讨论了不同响应模式下饱和土参数对响应的影响。然而,这些研究或未考虑土体骨架黏性,或采用 Kelvin-Voigt 体描述其黏性。

本文首先将土骨架视为具有分数阶导数本构关系的黏弹性体,采用工程常用的 Biot 模型,通过引入势函数解耦动力控制方程,得到了球对称简谐荷载作用下具有球形空腔饱和分数导数黏弹性土体位移、应力和孔隙水压等解析表达式,通过数值计算,考虑了边界渗透性的影响,分析比较了经典弹性模型、分数导数黏弹性模型和标准线性固体黏弹性模型下土体稳态响应的差异,考察了饱和土各参数、分数导数阶数和材料参数比等对位移、应力和孔压幅值的影响。

2 控制方程及求解

如图 1 所示,无限大饱和黏弹性土体中有一半径为 R 的球形空腔,空腔壁面作用有圆频率为 ω 的球对称均布简谐荷载 $q_0 e^{i\omega t}$ ($i = -1$)。记饱和土体的总密度为 $\rho^T = (1-n)\rho^S + n\rho^F$, 其中, ρ^S 、 ρ^F 分别为土颗粒和孔隙流体的密度; n 为孔隙率。考虑土骨架和孔隙流体的压缩性及其流-固耦合作用,根据 Biot 理论^[19],球对称情形下饱和土体动力响应的控制方程为^[17]

$$\frac{\partial \sigma_r^T}{\partial r} + \frac{2\sigma_r^T - \sigma_\theta^T - \sigma_\varphi^T}{r} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho^T u_r^S + \rho^F w_r^F) \quad (1)$$

式中: (r, θ, φ) 为球面坐标, θ 为相位角, φ 为圆周

角; $\sigma_i^T (i = r, \theta, \varphi)$ 分别为饱和土体的沿 θ 方向、 φ 方向和径向 r 的总应力; u_r^S 、 w_r^F 分别为土骨架和孔隙流体相对于土骨架的径向位移。

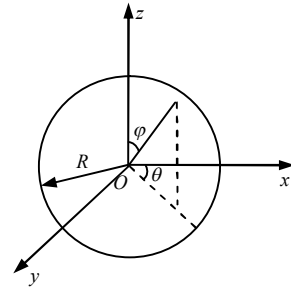


图 1 具有球形空腔的饱和黏弹性土模型

Fig.1 Model of saturated viscoelastic soil embedded with a spherical cavity

球对称情形下流体运动方程^[17]为

$$-\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho^F u_r^S + \frac{\rho^F}{n} w_r^F \right) + \bar{b} \frac{\partial w_r^F}{\partial t} \quad (2)$$

式中: $\bar{b} = \delta/k$ 为流-固耦合系数, δ 为流体黏滞系数, k 为动力渗透系数。

孔隙流体状态方程为

$$p = -\bar{M} \left(\frac{\partial w_r^F}{\partial r} + \frac{2w_r^F}{r} \right) - \beta \bar{M} \left(\frac{\partial u_r^S}{\partial r} + \frac{2u_r^S}{r} \right) \quad (3)$$

式中: p 为孔隙流体压力; β 、 $\bar{M}$ 分别为表征土骨架和孔隙流体压缩性的系数。当土骨架不可压缩时, $\beta = 1$; 当土骨架和孔隙流体都不可压缩时, $\beta = 1$ 且 $1/\bar{M} = 0$ 。

饱和土的总应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^T &= \sigma_r^{SE} - \beta p \\ \sigma_\theta^T &= \sigma_\theta^{SE} - \beta p \\ \sigma_\varphi^T &= \sigma_\varphi^{SE} - \beta p \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

球对称情形下,具有分数导数本构黏弹性模型的应力-位移本构关系为^[13]

$$\left. \begin{aligned} (1 + \tau_\varepsilon^\alpha D^\alpha) \sigma_r^{SE} &= \\ (1 + \tau_\sigma^\alpha D^\alpha) \left[\lambda^S \left(\frac{\partial u_r^S}{\partial r} + \frac{2u_r^S}{r} \right) + 2\mu^S \frac{\partial u_r^S}{\partial r} \right] \\ (1 + \tau_\varepsilon^\alpha D^\alpha) \sigma_\theta^{SE} &= \\ (1 + \tau_\sigma^\alpha D^\alpha) \left[\lambda^S \left(\frac{\partial u_r^S}{\partial r} + \frac{2u_r^S}{r} \right) + 2\mu^S \frac{u_r^S}{r} \right] \\ (1 + \tau_\varepsilon^\alpha D^\alpha) \sigma_\varphi^{SE} &= \\ (1 + \tau_\sigma^\alpha D^\alpha) \left[\lambda^S \left(\frac{\partial u_r^S}{\partial r} + \frac{2u_r^S}{r} \right) + 2\mu^S \frac{u_r^S}{r} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: $\sigma_i^{\text{SE}} (i=r, \theta, \varphi)$ 为土骨架的有效应力; λ^S 、 μ^S 、 τ_σ 、 τ_ε 为土骨架的材料参数, 且 $\lambda^S = 2\nu^S \mu^S / (1-2\nu^S)$, ν^S 为土骨架的泊松比; $D^\alpha = d^\alpha / dt^\alpha$ 为 α ($0 < \alpha < 1$) 阶黎曼-刘维尔分数阶导数, 定义为

$$D^\alpha[x(t)] = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{x(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau \quad (6)$$

式中: $\Gamma(u) = \int_0^\infty t^{u-1} e^{-t} dt$ 为 Gamma 函数。

由本构方程式 (5) 可见, 当 $\alpha=1$ 时, 土骨架材料为标准线性固体; 当 $\alpha=0$ 时, 土骨架为经典弹性材料。一般可通过对现场土进行一维压缩蠕变试验和不同固结压力作用下的三轴固结不排水蠕变试验, 确定分数导数模型相关材料参数^[11]。

利用式 (1)~(5), 可得球对称情形下的位移动力控制方程:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{1+\tau_\sigma^\alpha D^\alpha}{1+\tau_\varepsilon^\alpha D^\alpha} (\lambda^S + \mu^S) + \beta^2 M \right) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r^S}{\partial r} + \frac{2u_r^S}{r} \right) + \\ & \beta M \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial w_r^F}{\partial r} + \frac{2w_r^F}{r} \right) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho^T u_r^S + \rho^F w_r^F) \\ & M \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial w_r^F}{\partial r} + \frac{2w_r^F}{r} \right) + \beta M \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r^S}{\partial r} + \frac{2u_r^S}{r} \right) = \\ & \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\rho^F u_r^S + \frac{\rho^F}{n} w_r^F \right) + \bar{b} \frac{\partial w_r^F}{\partial t} \end{aligned} \right. \quad (7)$$

引入如下势函数:

$$u_r^S = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\varphi^S(r, t)}{r} \right); \quad w_r^F = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\psi^F(r, t)}{r} \right) \quad (8)$$

且对于稳态振动, 可设

$$\left\{ \begin{aligned} u_r^S &= R U_\eta^S e^{i\omega t}; \quad w_r^F = R W_\eta^F e^{i\omega t}; \quad p = \mu^S P e^{i\omega t} \\ \varphi^S &= R^3 \bar{\varphi}^S e^{i\omega t}; \quad \psi^F = R^3 \bar{\psi}^F e^{i\omega t} \end{aligned} \right. \quad (9)$$

并引入如下无量纲量和参数:

$$\left\{ \begin{aligned} \eta &= \frac{r}{R}; \quad M = \frac{\bar{M}}{\mu^S}; \quad \bar{\rho} = \frac{\rho^F}{\rho^T}; \quad b = \frac{\bar{b}R}{\sqrt{\mu^S \rho^T}}; \quad \lambda = \frac{\omega R}{V^S} \\ V^S &= \sqrt{\frac{\mu^S}{\rho^T}}; \quad T_\sigma = \frac{\tau_\sigma V^S}{R}; \quad T_\varepsilon = \frac{\tau_\varepsilon V^S}{R}; \quad Q = \frac{q_0}{\mu^S} \end{aligned} \right. \quad (10)$$

由此, 方程式 (7) 可化为

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{d^2}{d\eta^2} - \xi_1^2 \right) \left(\frac{d^2}{d\eta^2} - \xi_2^2 \right) \bar{\varphi}^S = 0 \\ & \left(\frac{d^2}{d\eta^2} - \xi_1^2 \right) \left(\frac{d^2}{d\eta^2} - \xi_2^2 \right) \bar{\psi}^F = 0 \end{aligned} \right. \quad (11)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} \xi_1^2 &= \frac{\alpha_1 - \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_2}}{2}; \quad \xi_2^2 = \frac{\alpha_1 + \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_2}}{2} \\ \alpha_1 &= \frac{(\chi + \beta^2 M)(-\bar{\rho}\lambda^2/n + b i \lambda) - M\lambda^2 + 2\beta M \bar{\rho}\lambda^2}{\chi M} \\ \alpha_2 &= \frac{-\lambda^2(-\bar{\rho}\lambda^2/n + b i \lambda) - (\bar{\rho}^2 \lambda^4)}{\chi M} \\ \chi &= \frac{1 + T_\sigma^\alpha (i\lambda)^\alpha}{1 + T_\varepsilon^\alpha (i\lambda)^\alpha} \frac{2(1-\nu^S)}{1-2\nu^S} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

利用条件 $\lim_{r \rightarrow \infty} \varphi^S = 0$, $\lim_{r \rightarrow \infty} \psi^F = 0$, 则由方程式

(11) 可得

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\varphi}^S &= A_1 e^{-\xi_1 \eta} + A_2 e^{-\xi_2 \eta} \\ \bar{\psi}^F &= B_1 e^{-\xi_1 \eta} + B_2 e^{-\xi_2 \eta} \end{aligned} \right. \quad (13)$$

这里, 要求 $\text{Re}(\delta_i) > 0$ ($i=1, 2$), 且 A_i 和 B_i ($i=1, 2$) 为待定系数。

利用式 (8) 和式 (7) 中第 1 式, 可得

$$B_1 = \delta_1 A_1; \quad B_2 = \delta_2 A_2 \quad (14)$$

式中:

$$\left\{ \begin{aligned} \delta_1 &= \frac{-\beta M \xi_1^2 - \bar{\rho} \lambda^2}{M \xi_1^2 + \bar{\rho} \lambda^2/n - b i \lambda} \\ \delta_2 &= \frac{-\beta M \xi_2^2 - \bar{\rho} \lambda^2}{M \xi_2^2 + \bar{\rho} \lambda^2/n - b i \lambda} \end{aligned} \right. \quad (15)$$

由此可得无量纲位移:

$$\left\{ \begin{aligned} U_\eta^S &= -\frac{A_1}{\eta} e^{-\xi_1 \eta} \left(\frac{1}{\eta} + \xi_1 \right) - \frac{A_2}{\eta} e^{-\xi_2 \eta} \left(\frac{1}{\eta} + \xi_2 \right) \\ W_\eta^F &= -\frac{\delta_1 A_1 e^{-\xi_1 \eta}}{\eta} \left(\frac{1}{\eta} + \xi_1 \right) - \frac{\delta_2 A_2 e^{-\xi_2 \eta}}{\eta} \left(\frac{1}{\eta} + \xi_2 \right) \end{aligned} \right. \quad (16)$$

利用式 (16) 代入状态方程式 (3), 可解得

$$P = -\frac{e^{-\xi_1 \eta}}{\eta} (\beta + \delta_1) M \xi_1^2 A_1 - \frac{e^{-\xi_2 \eta}}{\eta} (\beta + \delta_2) M \xi_2^2 A_2 \quad (17)$$

由本构关系式 (5), 可得土骨架有效应力:

$$\sigma_r^{\text{SE}} = e^{i\omega t} \mu^S \frac{1 + T_\sigma^\alpha (i\lambda)^\alpha}{1 + T_\varepsilon^\alpha (i\lambda)^\alpha} \frac{2}{1-2\nu^S} (\varsigma_1 e^{-\xi_1 \eta} A_1 + \varsigma_2 e^{-\xi_2 \eta} A_2) \quad (18)$$

式中:

$$\left\{ \begin{aligned} \varsigma_1 &= (1-\nu^S) \left(\frac{2}{\eta^3} + \frac{2\xi_1}{\eta^2} + \frac{\xi_1^2}{\eta} \right) - 2\nu^S \left(\frac{1}{\eta^3} + \frac{\xi_1}{\eta^2} \right) \\ \varsigma_2 &= (1-\nu^S) \left(\frac{2}{\eta^3} + \frac{2\xi_2}{\eta^2} + \frac{\xi_2^2}{\eta} \right) - 2\nu^S \left(\frac{1}{\eta^3} + \frac{\xi_2}{\eta^2} \right) \end{aligned} \right. \quad (19)$$

而饱和土体总应力为

$$\sigma_r^T = e^{i\omega t} \mu^S \left\{ \left[C_1 + \frac{(\beta + \delta_1)}{\eta} M \beta \xi_1^2 \right] e^{-\xi_1 \eta} A_1 + \left[C_2 + \frac{(\beta + \delta_2)}{\eta} M \beta \xi_2^2 \right] e^{-\xi_2 \eta} A_2 \right\} \quad (20)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= g \left[(1 - \nu^S) \left(\frac{2}{\eta^3} + \frac{2\xi_1}{\eta^2} + \frac{\xi_1^2}{\eta} \right) - 2\nu^S \left(\frac{1}{\eta^3} + \frac{\xi_1}{\eta^2} \right) \right] \\ C_2 &= g \left[(1 - \nu^S) \left(\frac{2}{\eta^3} + \frac{2\xi_2}{\eta^2} + \frac{\xi_2^2}{\eta} \right) - 2\nu^S \left(\frac{1}{\eta^3} + \frac{\xi_2}{\eta^2} \right) \right] \\ g &= \frac{1 + T_\sigma^\alpha (i\lambda)^\alpha}{1 + T_\varepsilon^\alpha (i\lambda)^\alpha} \frac{2}{1 - 2\nu^S} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

相应的边界条件为

应力边界条件:

$$\sigma_r^T|_{r=R} = q_0 e^{i\omega t} \quad (22)$$

若边界不渗透, 则

$$w_r^F|_{r=R} = 0 \quad (23)$$

若边界自由渗透, 则

$$p|_{r=R} = 0 \quad (24)$$

利用边界条件式 (22)~(24), 可解得待定系数:

$$A_2 = \frac{b_1 Q}{a_2 b_1 - a_1 b_2}; A_1 = -\frac{b_2}{b_1} A_2 \quad (25)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= [C_1 + (\beta + \delta_1) M \beta \xi_1^2] e^{-\xi_1} \\ a_2 &= [C_2 + (\beta + \delta_2) M \beta \xi_2^2] e^{-\xi_2} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

当边界不渗透时, 有

$$b_1 = \delta_1 e^{-\xi_1} (1 + \xi_1); b_2 = \delta_2 e^{-\xi_2} (1 + \xi_2) \quad (27)$$

当边界自由渗透时, 有

$$b_1 = e^{-\xi_1} (\beta + \delta_1) M \xi_1^2; b_2 = e^{-\xi_2} (\beta + \delta_2) M \xi_2^2 \quad (28)$$

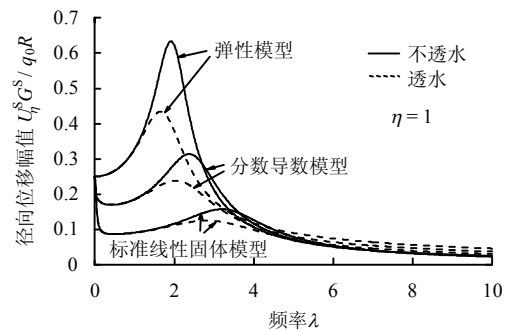
至此, 可得到具有球空腔饱和分数导数黏弹性土体稳态振动响应的解析解。

3 计算结果分析与讨论

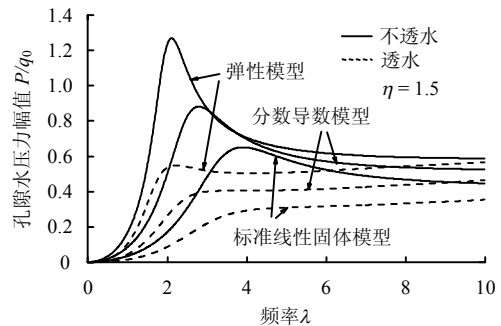
下面考察饱和土各物理参数及分数导数模型参数对无量纲径向位移幅值 $|U| = ([\text{Re}(U_\eta^S)]^2 + [\text{Im}(U_\eta^S)]^2)^{\frac{1}{2}}$ 和 无量纲孔隙水压力幅值 $|P| = ([\text{Re}(P)]^2 + [\text{Im}(P)]^2)^{\frac{1}{2}}$ 影响。

取如下参数^[13, 17]: $n = 0.4$, $\bar{\rho} = 0.5$, $\nu^S = 0.35$, $M = 20$, $\beta = 0.95$, $b = 10$, $\alpha = 0.5$, $T_\sigma/T_\varepsilon = 3$, $T_\varepsilon = 10$, $\lambda = 2.2$ 。

针对饱和弹性土、饱和分数导数黏弹性土及饱和标准线性固体黏弹性土 3 种情况, 图 2 显示出在 $\eta = 1$ (即球空腔壁面) 处土体的径向位移幅值 $|U|$ 和 $\eta = 1.5$ 处孔压幅值 $|P|$ 随频率变化规律。由图可见, 当土体为弹性模型时, 位移幅值和孔压幅值达到最大值; 当土体为标准线性固体模型时, 处于最小值, 而分数导数模型时两幅值的峰值在其余两种模型之间。另外, 不渗透条件下响应幅值的峰值大于渗透条件下的峰值。



(a) 径向位移幅值



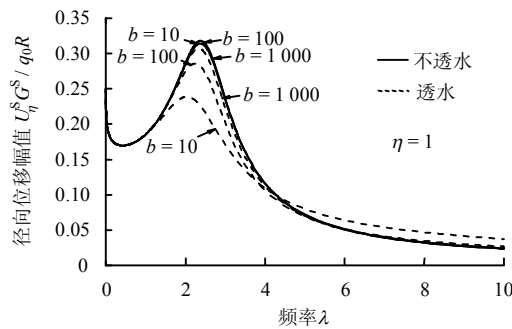
(b) 孔隙水压力幅值

图 2 3 种模型比较分析

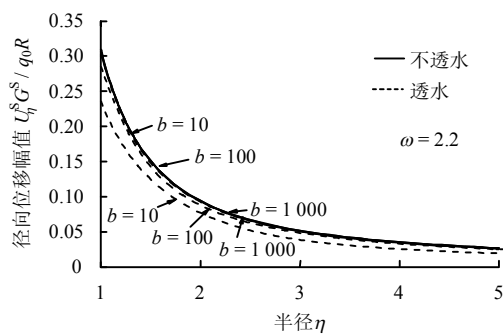
Fig2 Comparative analysis of three models

图 3 为流-固耦合系数 b 对径向位移幅值的影响。由图可见, 随着 b 的增大, 土体渗透性降低, 位移幅值增大。在不渗透条件下, 当 $b = 100$ 和 $b = 1000$ 位移幅值基本重合, 而透水时 b 对位移幅值有明显影响, 且随着半径的增加, 位移幅值逐渐衰减。图 4 为泊松比 ν^S 对径向位移幅值的影响。由图可见, ν^S 对位移幅值影响较小, 随着 ν^S 的增大, 位移幅值的峰值呈增大趋势, 且随着半径的增加而逐渐衰减。图 5、6 分别为流体压缩系数 M 和土骨架压缩系数 β 对径向位移幅值的影响。由图可见, M 对径向位移幅值影响很大, 随着 M 的增加, 共振效应越明显,

而对基频影响较小。尽管随着 β 的增加, 位移幅值呈增大, 但 β 对位移幅值影响较小。

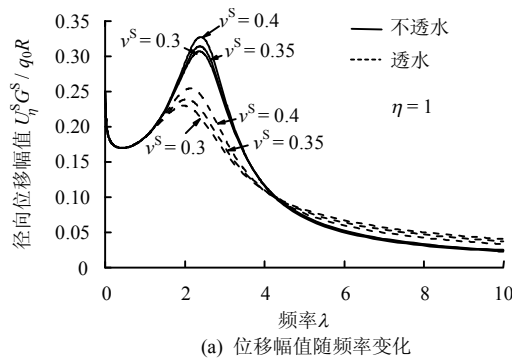


(a) 位移幅值随频率变化

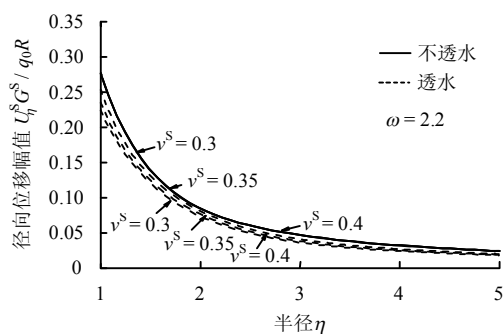


(b) 位移幅值随半径消散

图3 流固耦合系数 b 对径向位移幅值的影响
Fig.3 Influence of fluid-solid coupling coefficient b on the radial displacement amplitude

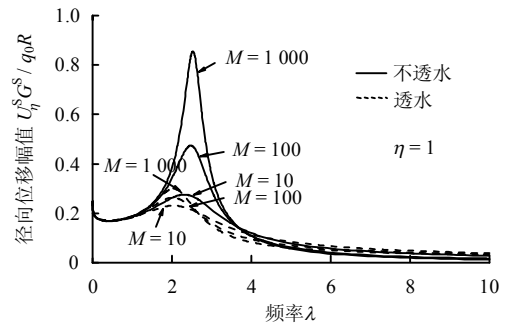


(a) 位移幅值随频率变化

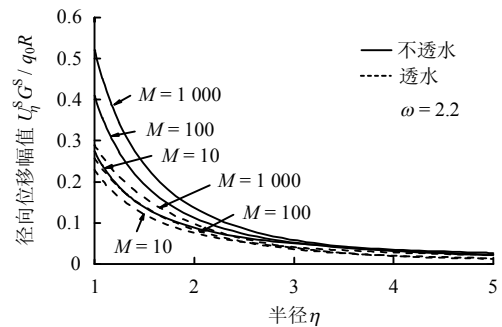


(b) 位移幅值随半径消散

图4 泊松比 ν^S 对径向位移幅值的影响
Fig.4 Influence of Poisson's ratio ν^S on the radial displacement amplitude

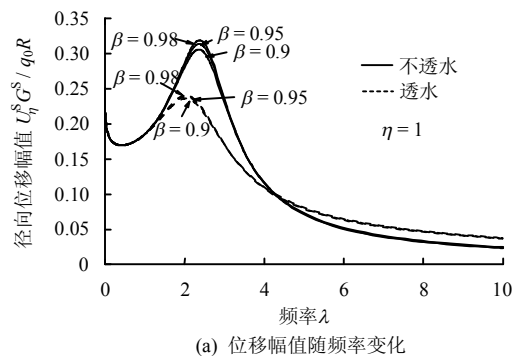


(a) 位移幅值随频率变化

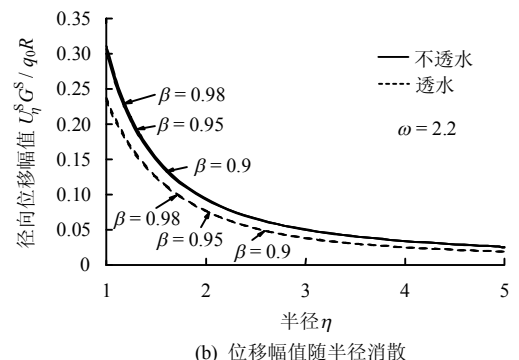


(b) 位移幅值随半径消散

图5 流体压缩系数 M 对径向位移幅值的影响
Fig.5 Influence of fluid compressibility coefficient M on the radial displacement amplitude



(a) 位移幅值随频率变化



(b) 位移幅值随半径消散

图6 骨架压缩系数 β 对径向位移幅值的影响
Fig.6 Influence of skeleton compressibility coefficient β on the radial displacement amplitude

图7为当材料参数比 $T_\sigma/T_\varepsilon = 3$ 时分数导数阶数 α 对径向位移幅值的影响。由图可见, 随着 α 的增加, 土体的阻抗越大, 导致位移幅值明显减小。当

频率 $\lambda = 2.2$ 时, 随着 α 的增加, 位移幅值随半径衰减越快。

图 8 为当材料参数比 $T_\sigma/T_\varepsilon = 1$ 时分数导数阶数 α 对径向位移幅值的影响。由图可见, 随着 α 增加, 位移幅值几乎无任何变化。图 9 为材料参数比 T_σ/T_ε 对径向位移幅值的影响。当 T_σ/T_ε 增加时, 土体的阻抗逐渐增大, 位移幅值的峰值明显减小。当频率 $\lambda = 2.2$ 时, 随着 T_σ/T_ε 的增加, 位移幅值随半径衰减越快。图 10 为耦合系数 b 对孔压幅值的影响。

由图可见, 随着 b 的增加, 孔压幅值逐渐增大。在渗透条件下 b 对孔压幅值影响较大, 而不渗透时 b 对孔压幅值影响较小。对于渗透边界条件, 当 $\lambda = 2.2$ 时, 随着半径的增加, 孔压幅值先增大产生峰值, 而后又逐渐衰减。图 11、12 分别为材料参数比为 $T_\sigma/T_\varepsilon = 3$ 和 $T_\sigma/T_\varepsilon = 1$ 时阶数 α 对孔压幅值的影响。由图可见, 当 $T_\sigma/T_\varepsilon = 3$ 时, 随着 α 的增加, 孔压幅值减小, 而当 $T_\sigma/T_\varepsilon = 1$ 时阶数 α 对孔压幅值没有影响。

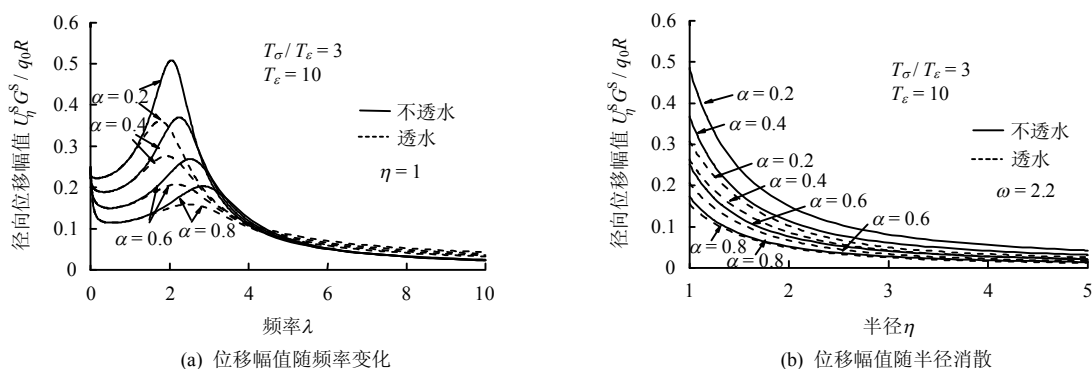


图 7 当 $T_\sigma/T_\varepsilon = 3$ 时阶数 α 对径向位移幅值的影响

Fig.7 Influence of order α on the radial displacement amplitude when $T_\sigma/T_\varepsilon = 3$

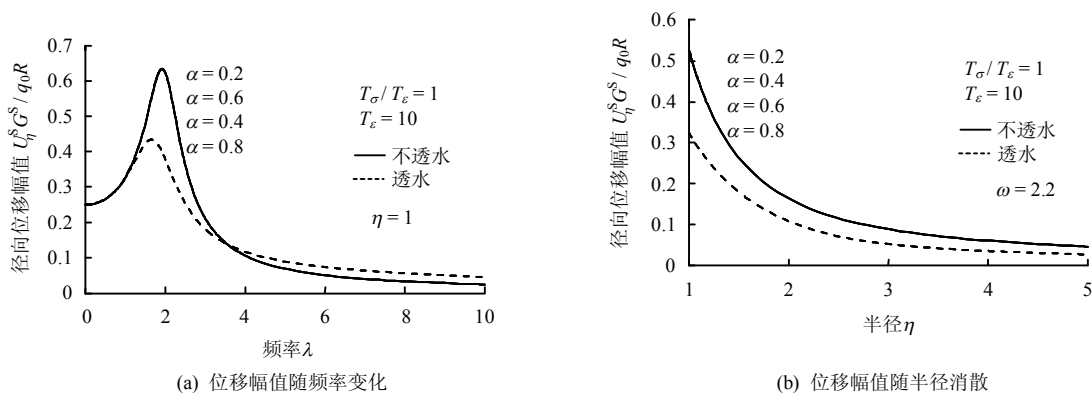


图 8 当 $T_\sigma/T_\varepsilon = 1$ 时阶数 α 对径向位移幅值的影响

Fig.8 Influence of order α on the radial displacement amplitude when $T_\sigma/T_\varepsilon = 1$

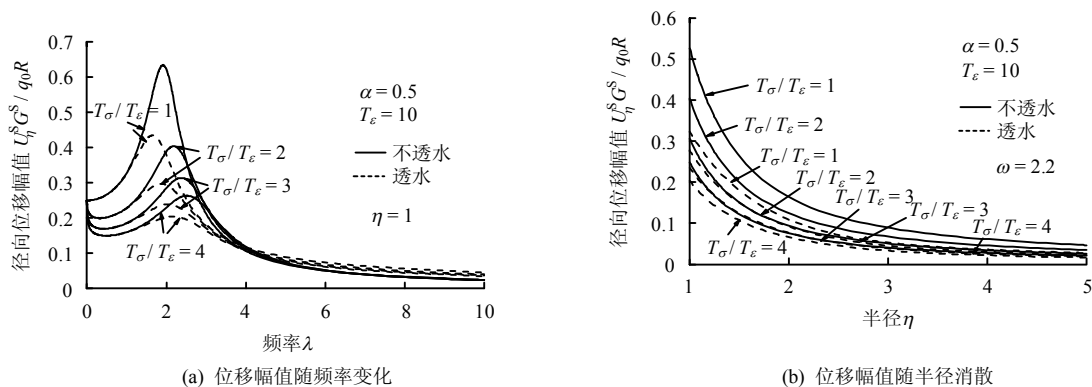
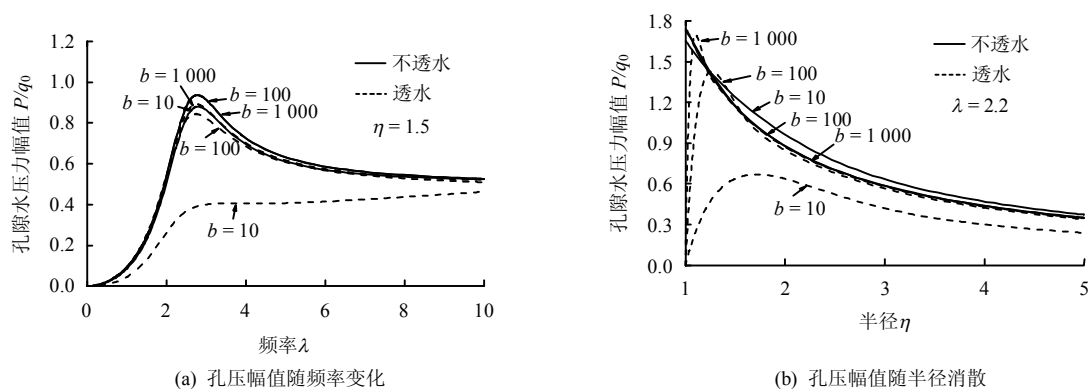
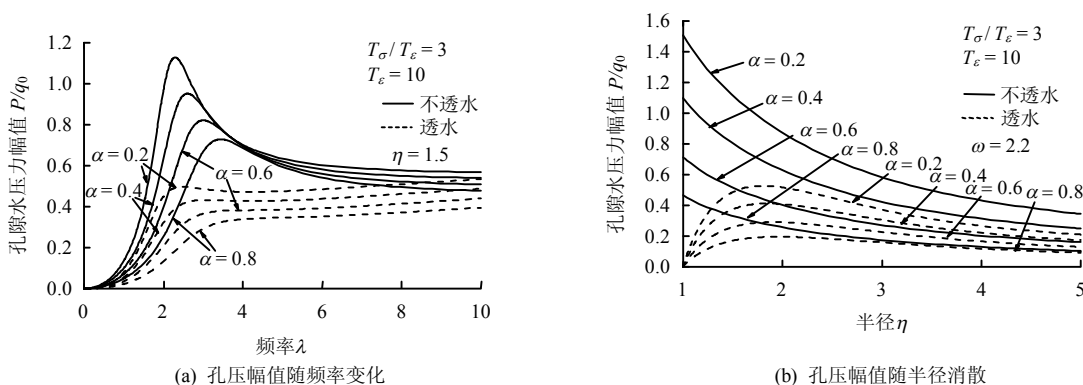
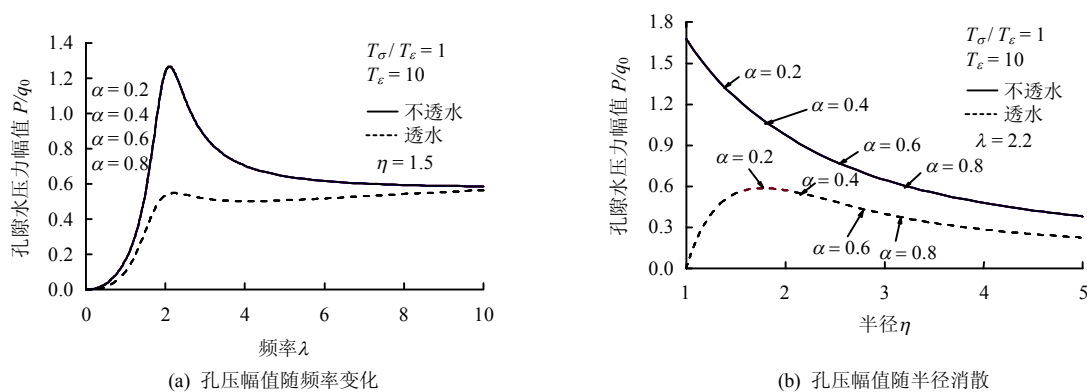


图 9 材料参数比 T_σ/T_ε 对径向位移幅值的影响

Fig.9 Influence of material parameter T_σ/T_ε on the radial displacement amplitude

图10 流固耦合系数 b 对孔压幅值的影响Fig.10 Influence of fluid-solid coupling coefficient b on the pore water pressure amplitude图11 当 $T_\sigma/T_\varepsilon = 3$ 时阶数 α 对孔压幅值的影响Fig.11 Influence of order α on the pore water pressure amplitude when $T_\sigma/T_\varepsilon = 3$ 图12 当 $T_\sigma/T_\varepsilon = 1$ 时, 阶数 α 对孔压幅值的影响Fig.12 Influence of order α on the pore water pressure amplitude when $T_\sigma/T_\varepsilon = 1$

4 结 论

(1) 在 $T_\sigma/T_\varepsilon = 3$ 时, 具有球形空腔的饱和分数导数黏弹性土稳态响应大于饱和经典黏弹性土的稳态响应, 而小于饱和弹性土的振动响应。

(2) 随着流-固耦合系数的增加, 响应幅值逐渐增大, 且渗透条件下耦合系数对响应幅值影响显著, 而不渗透条件下对响应幅值影响较小。泊松比对响应幅值影响很小。

(3) 随着流体压缩系数的增加, 响应幅值的峰值明显增大, 而土骨架压缩系数对响应幅值影响较弱。

(4) 分数导数阶数对响应幅值的影响依赖于材料参数的取值。当 $T_\sigma/T_\varepsilon > 1$ 时, 随着阶数增加, 响应幅值减小, 共振效应减弱; 当 $T_\sigma/T_\varepsilon = 1$ 时, 响应幅值没有影响。

(5) 随着材料参数比的增加, 土体阻抗增大, 导致响应幅值逐渐减小, 且衰减越快。

参考文献

- [1] 陈宗基. 固结及时间效应的单维问题[J]. 土木工程学报, 1958, 5(1): 1—10.
CHEN Zong-ji. One-dimensional problem with consolidation and time efficiency[J]. **China Civil Engineering Journal**, 1958, 5(1): 1—10.
- [2] 赵维炳, 施健勇. 软土固结与流变[M]. 南京: 河海大学出版社, 1997: 200—214.
- [3] YIN J H, GRAHAM J. Equivalent times and elastic visco-plastic modeling of time-dependent stress-strain behavior of clays[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1994, 31: 42—52.
- [4] YIN J H, GRAHAM J. Elastic visco-plastic modeling of one-dimensional consolidation[J]. **Geotechnique**, 1996, 46(3): 515—527.
- [5] 陈晓平, 白世伟. 软土蠕变-固结特性及计算模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 728—734.
CHEN Xiao-ping, BAI Shi-wei. Research on creep-consolidation characteristics and calculating model of soft soil[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(5): 728—734.
- [6] 詹美礼, 钱家欢, 陈绪禄. 软土流变特性试验及流变模型[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(3): 54—62.
ZHAN Mei-li, QIAN Jia-huan, CHEN Xu-lu. Tests on rheological behavior of soft soil and rheologic model[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1993, 15(3): 54—52.
- [7] 赵维炳, 詹美礼, 顾吉. 软黏土黏弹-黏塑性模型及参数确定[C]//中国青年学者岩土工程力学及其应用讨论会论文集. 北京: 科学出版社, 1994.
- [8] 孙德安, 姚仰平, 殷宗泽. 基于 SMP 准则的双屈服面弹塑性模型的三维化[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(5): 631—634.
SUN De-an, YAO Yang-ping, YIN Zong-ze. Generalization of elasto-plastic model with two yielded surfaces based on SMP criterion[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1999, 21(5): 631—634.
- [9] BAGLEY R L, TORVIK P J. A theoretical basis for the application of fractional calculus to viscoelasticity[J]. **Journal of Rheology**, 1983, 27(3): 201—210.
- [10] 刘林超, 闫启方, 孙海忠. 软土流变特性的模型研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(增刊): 214—217.
LIU Lin-chao, YAN Qi-fang, SUN Hai-zhong. Study on model of rheological property of soft clay[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(Supp.): 214—217.
- [11] 何利军, 孔令伟, 吴文军, 等. 采用分数阶导数描述软黏土蠕变的模型[J]. 岩土力学, 2011, 32(增刊 2): 239—244.
HE Li-jun, KONG Ling-wei, WU Wen-jun, et al. A description of creep model for soft soil with fractional derivative[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32 (Supp. 2): 239—244.
- [12] 朱正佑, 李根国, 程昌钧. 具有分数导数本构关系的黏弹性 Timoshenko 梁的静动力学行为分析[J]. 应用数学和力学, 2003, 23(1): 1—10.
ZHU Zheng-you, LI Gen-guo, CHEN Chang-jun. Quasi-static and dynamical analysis for viscoelastic Timoshenko beam with fractional derivative constitutive relation[J]. **Applied Mathematics and Mechanics**, 2003, 23(1): 1—10.
- [13] 刘林超, 闫启方, 杨晓. 分数导数黏弹性土层模型中桩基竖向振动特性研究[J]. 工程力学, 2011, 28(8): 177—182.
LIU Lin-chao, YAN Qi-fang, YANG Xiao. Vertical vibration of single pile in soil described by fractional derivative viscoelastic model[J]. **Engineering Mechanics**, 2011, 28(8): 177—182.
- [14] 高华喜, 苏子平, 闻敏杰. 半封闭分数导数黏弹性衬砌隧道的频域响应[J]. 固体力学学报, 待刊.
GAO Hua-xi, SU Zi-ping, WEN Min-jie. Frequency responses of a partial sealed tunnel with fractional derivative viscoelastic lining[J]. **Acta Mechanica Sinica**, in press.
- [15] 徐长节, 蔡袁强, 吴世明. 饱和土中球空腔的瞬态动力响应[J]. 力学学报, 2000, 32(4): 473—480.
XU Chang-jie, CAI Yuan-qiang, WU Shi-ming. Transient dynamic response of spherical cavity in saturated soils[J]. **Acta Mechanica Sinica**, 2000, 32(4): 473—480.
- [16] 徐长节, 蔡袁强. 黏弹性饱和土中球空腔的动力响应[J]. 土木工程学报, 2001, 34(4): 88—92.
XU Chang-jie, CAI Yuan-qiang. Dynamic response of spherical cavity in viscoelastic saturated soils[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2001, 34(4): 88—92.
- [17] LIU G B, XIE K H. Transient response of a spherical cavity with a partially sealed shell embedded in viscoelastic saturated soil[J]. **Journal of Zhejiang University(Engineering Science)**, 2005, 6A(3): 194—201.
- [18] 韩同春, 刘干斌. 任意荷载下黏弹性饱和土体中球壳的动力响应研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2006, 40(5): 816—821.
HAN Tong-chun, LIU Gan-bin. Dynamic response of spherical shell in viscoelastic saturated soil under arbitrary loads[J]. **Journal of Zhejiang University(Engineering Science)**, 2006, 40(5): 816—821.
- [19] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous media[J]. **The Journal of the Acoustical Society of America**, 1956, 28(2): 179—191.